

## Die Erde als Planet



Bild 1: Erde mit Mond - Quelle: DLR

Schon in der Antike war bekannt, dass die Erde keine flache Scheibe sondern eine Kugel ist. THALES von Milet (624-546 v. Chr.) lehrte bereits die Kugelgestalt der Erde. ERATHOSTENES von Alexandria (276-194 v. Chr.) führte die wohl präziseste Messung des Erdumfanges in der Antike durch. Aus der Differenz der Sonnenstände in Alexandria und Syene (dem heutigen Assuan) zur Sommersonnenwende bestimmte er den Erdumfang zu 40 000 Kilometer, ein erstaunlich genaues Ergebnis wenn man bedenkt, dass der mittlere Erdumfang 40 030 Kilometer misst. Genauere Messungen in der Neuzeit ließen erkennen, dass die Erde ein abgeplattetes Rotationsellipsoid ist - eine Folge der durch die Erdrotation hervorgerufenen Zentrifugalkräfte. Die Abplattung kann durch Pendelbeobachtungen bestimmt werden.

Die Schwingungsdauer ( $t$ ) eines Pendels ist von seiner Länge ( $l$ ) und der Fallbeschleunigung ( $g$ ) an der Erdoberfläche abhängig:

$$t = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

# Das System Erde - Mond

Bei bekannter Pendellänge  $l$  ergibt sich die Fallbeschleunigung  $g$  aus der Messung der Schwingungsdauer  $t$ :

$$g = 4 \cdot \pi^2 \cdot \frac{l}{t^2}$$

An den Erdpolen schwingt ein Pendel schneller, da es näher dem Erdmittelpunkt ist, am Erdäquator entsprechend langsamer. Moderne Messungen der Erdgestalt werden mittels Satelliten vorgenommen, aus deren Bewegungen (Bahnabweichungen) eine birnenförmige Figur unseres Planeten abzuleiten ist. Allerdings ist die Abweichung vom abgeplatteten Rotationsellipsoid sehr gering: Der Südpol ist um rund 30 m der Äquatorebene näher als der Nordpol (Abb. Geoid). Die Oberfläche der Erde ist nicht glatt, sondern von Gebirgen und Tiefseebecken geformt, so dass man die Erdfigur schlicht als Geoid (griech. Erdkörper) bezeichnet.

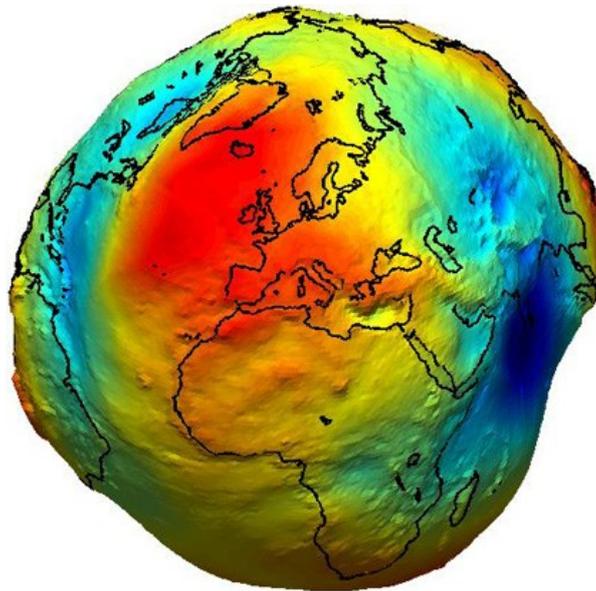


Bild 2: Geoid – Quelle: Uni Kassel

Die Dauer der Erdumdrehung beträgt in mittlerer Sonnenzeit ausgedrückt 23 h 56 m 4,1s. Diese Zeitspanne wird Sterntag genannt. Ein mittlerer Sonnentag ist um den Faktor 1,0027 länger als ein Sterntag. Die Erdrotation erfolgt nicht gleichförmig, sondern unterliegt sowohl kurzfristigen (jahreszeitlichen) Schwankungen als auch einer fortschreitenden (säkularen) Abnahme der Frequenz - die Tage werden länger. Die Abbremsung der Erdrotation ist eine Folge der Gezeiten (Ebbe und Flut). Drehimpuls wird dabei von der Erdrotation abgezogen und auf die Bewegung des Mondes in seiner Bahn übertragen. In 100 000 Jahren nimmt die Länge eines Sterntages um rund 1,6 Sekunden zu.

Die lineare Rotationsgeschwindigkeit  $v$  beträgt am Äquator ( $0^\circ$  geografischer Breite) 465,12 m/s. In der Breite  $\phi$  ergibt sich eine Geschwindigkeit  $v_\phi = v \cos \phi$ . Die Zentrifugalbeschleunigung am Äquator beträgt  $b = -0,0339 \text{ m/s}^2$ .

# Das System Erde - Mond

## Präzession und Nutation

Da die Erdachse nicht senkrecht auf der Ekliptik (Erdbahnebene) steht und der Erdglobus ein abgeplattetes Rotationsellipsoid darstellt, üben die Gravitationskräfte von Sonne und Mond ein Drehmoment auf den Erdkörper aus, das versucht, die Erdachse aufzurichten und damit die Schiefe der Ekliptik zu verkleinern. Gemäß den Keisegelsetzen reagiert die rotierende Erde: Ihre Rotationsachse richtet sich nicht auf, sondern weicht rechtwinklig aus, wobei die Neigung (Schiefe der Ekliptik) im Wesentlichen konstant bleibt. Die Erdachse ist nicht fest im Raum, sondern beschreibt im Lauf von knapp 26 000 Jahren einen doppelten Kegelmantel. Die Zeitspanne von 25 784 Jahren wird Platonisches Jahr genannt.

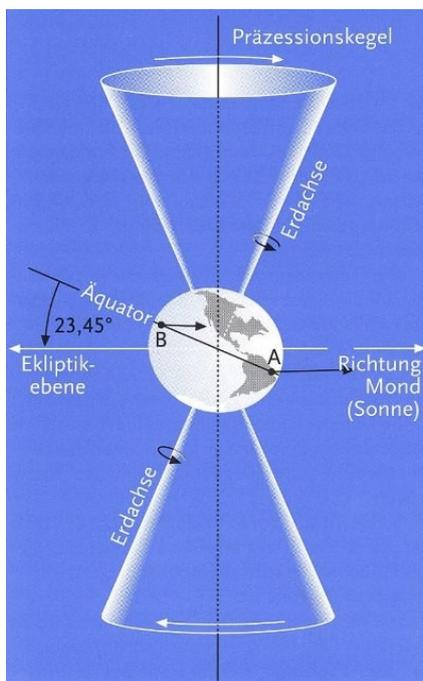


Bild 3: Präzession – Quelle: Astrowissen

Entstehung der Präzession: Mond (und Sonne) wirken mit ihrer Anziehungskraft auf den Äquatorwulst der Erde.

Die Anziehungskraft ist im Punkt A größer als im Punkt B. Auf die Erdachse wirkt somit ein Drehmoment (schwarzer Pfeil), das versucht die Erde aufzurichten.

Gemäß den Keisegelsetzen weicht die Erdachse rechtwinklig aus und beschreibt einen doppelten Kegelmantel.

Als Folge der Präzession wandern die Himmelspole um die Ekliptikpole. Gegenwärtig zeigt die Erdachse zum Stern Alpha Ursae Minoris im Sternbild „*Kleiner Bär*“, der deshalb Polarstern (Nordstern) heißt. Im Jahr 4000 wird Alrai (Gamma Cephei im Sternbild Kepheus), im Jahr 7500 Alderamin (Alpha Cephei), im Jahr 10 000 Deneb (Alpha Cygni im Sternbild Schwan) und im Jahr 14 000 Wega (Alpha Lyrae im Sternbild Leier) in der Nähe des Himmelsnordpols stehen. Allerdings werden sie nicht so nahe an den Pol herankommen wie der letzte "Deichselstern" des kleinen Wagens (Alpha Ursae Minoris), der nur knapp  $1^\circ$  vom Pol entfernt ist.

Außerdem bewirkt die Präzession die rückläufige Wanderung der Äquinoktialpunkte (Frühlings- und Herbstpunkt, Schnittpunkte der Ekliptik mit dem Äquator) in der Ekliptik. Damit verschiebt sich auch die Position der Sonne zum Frühlingsbeginn (Frühlings-Tagundnachtgleiche): Vor 2500 Jahren stand die Sonne zum Frühlingsäquinoktium im Sternbild Widder, heute im Sternbild Fische und ab dem Jahr 2600 im Wassermann.

# Das System Erde - Mond

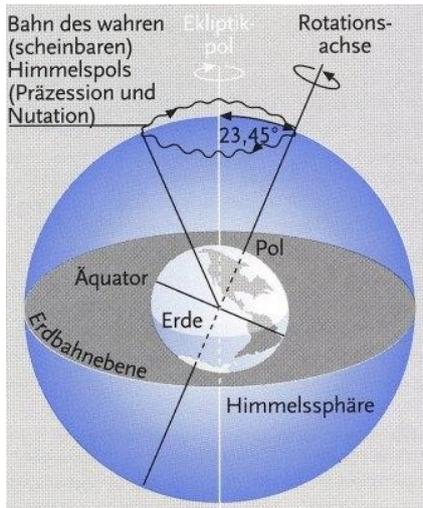


Bild 4: Bahn des wahren Himmelspols

Die Rotationsachse der Erde beschreibt keinen glatten Präzessionskegel. Die Nutation bewirkt eine wellenförmige Bewegung, auf Grund der Überlagerung zweier Bewegungen, so dass man sich den Kegelmantel gewellt vorstellen muss. Es entsteht die Bahn des wahren Himmelspols.

Die Nutation hat die gleiche physikalische Ursache wie die Präzession. Die Nutation ist der Präzessionsbewegung überlagert. Sie bewirkt eine wellenförmige Bewegung der Himmelspole. Die Erdachse beschreibt keinen glatten Kegelmantel, sondern einen "Wellblechkegel".

Infolge der Nutation der Erdachse beschreibt der wahre (scheinbare) Himmelspol eine kleine Ellipse ("Nutationsellipse") um den mittleren Himmelspol. Da der mittlere Himmelspol den Präzessionskreis um den Ekliptikpol (Pol der Erdbahnebene) durchläuft, wandert der wahre Himmelspol in einer Schlangenlinie um den Ekliptikpol. In erster Linie wird die Nutation durch die wechselnden Deklinationen des Mondes hervorgerufen. Dadurch ändert sich die Größe des Drehmoments, das durch die Mondgravitation auf den Äquatorwulst der Erde ausgeübt wird. Man spricht von Nutation in Länge. Andererseits schwankt die Neigung der Erdachse, die Schiefe der Ekliptik, um einen Mittelwert. Die Erde nickt gleichsam, was als Nutation der Schiefe bezeichnet wird (lat.: nutare = nicken, wanken). Neben dem Mondeinfluss rufen auch die Planeten, vor allem Venus und Jupiter kleine Schwankungen der Erdachse und der Ekliptikachse hervor (planetare Nutation). Die Wirkungen der Planeten sind zwar gering, aber in langen Zeiträumen werden sie deutlich: Die Schiefe der Ekliptik schwankt mit einer mittleren Periode von 40 000 Jahren zwischen den -extremwerten von  $21^{\circ}55'$  und  $24^{\circ}18'$ . Zurzeit beträgt die Schiefe der Ekliptik  $23^{\circ}26'25''$  und nimmt pro Jahr um  $0,47''$  ab.

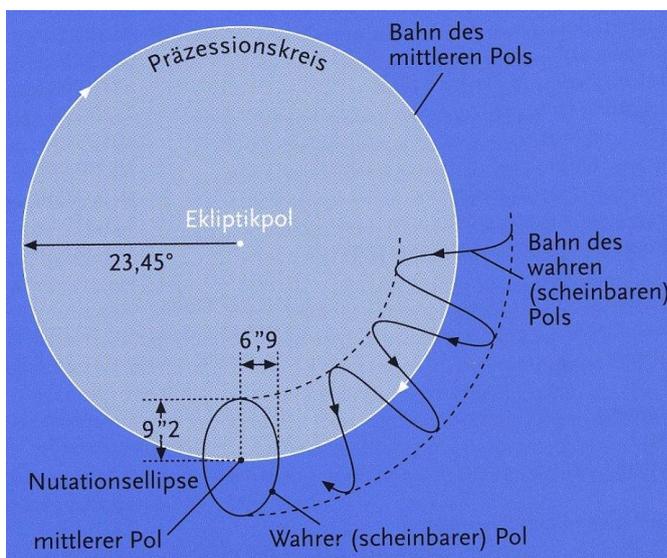


Bild 5: Präzessionskreis

Infolge der Nutation der Erdachse beschreibt der wahre (scheinbare) Himmelspol eine kleine Ellipse („Nutationsellipse“) um den mittleren Himmelspol. Da der mittlere Himmelspol den Präzessionskreis um den Ekliptikpol (Pol der Erdbahnebene) durchläuft, wandert der wahre Himmelspol in einer Schlangenlinie um den Ekliptikpol.

# Das System Erde - Mond

## Der Mond der Erde

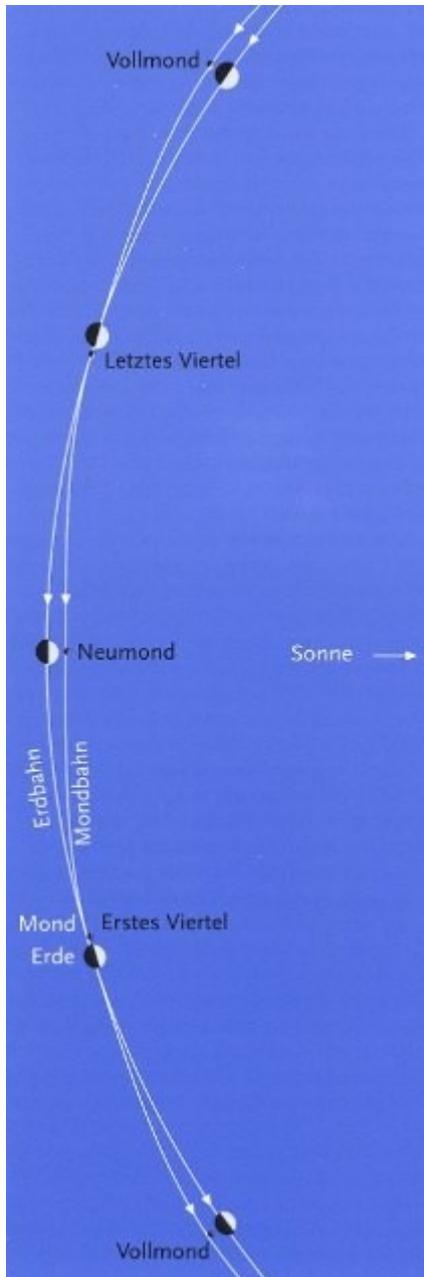


Bild 6: Die Mondbahn

Die Erde besitzt einen einzigen natürlichen Satelliten, den man schlicht als Mond bezeichnet. Außer Merkur und Venus werden auch die anderen Planeten von Satelliten umrundet, die man ebenfalls als Monde bezeichnet. Die Erde wird bei Ihrem Lauf um die Sonne vom Mond begleitet. Genaugenommen beschreibt nicht der Erdmittelpunkt, das Geozentrum, sondern der Schwerpunkt des Systems Erde - Mond, das Baryzentrum, eine Kepler-Ellipse um die Sonne. Wegen der geringen Mondmasse, die nur  $1/81$  der Erdmasse beträgt, liegt das Baryzentrum dabei stets innerhalb der Erdkugel, im Mittel rund 1700 km unter dem sublunaren Punkt auf der Erdoberfläche. Im sublunaren Punkt steht der Mond im Zenit des Beobachters.

Der Mond wandert in einer elliptischen Bahn gemäß dem *1. Keplerschen Gesetz* um die Erde. Die mittlere Entfernung des Mondes von der Erde beträgt 384 401 km, die größte 406 700 km (Apogäum oder Erdferne), die kleinste 356 500 km (Perigäum oder Erdnähe).

Der Mond beschreibt bei seinem Lauf um die Sonne keine Schlangenlinie, sondern wegen des kleinen Abstandsverhältnisses Mond - Erde zu Erde - Sonne von etwa  $1/400$  ist die Mondbahn um die Sonne eine permanent konkave Kurve. Ihre hohle Seite ist stets zur Sonne gerichtet, lediglich die Bahnkrümmung variiert ein wenig. In Neumondposition ist sie am geringsten, bei Vollmond am größten (wie die Abbildung links zeigt).

Die Mondbahn ist rund  $5^\circ$  zur Ekliptik geneigt. Die beiden Schnittpunkte der Mondbahn mit der Ekliptik heißen aufsteigender und absteigender Knoten. Sie werden auch Drachenpunkte genannt. Die alten Chinesen glaubten einst, bei Sonnen- und Mondfinsternissen würde ein schrecklicher Drache die große oder die kleine Himmelsleuchte zu verschlingen versuchen. Sie wussten bereits, dass es nur zu Finsternissen kommen kann, wenn der Neu- bzw. der Vollmond in oder nahe einem seiner Knoten steht.

# Das System Erde - Mond

Der Zeitraum zwischen zwei Passagen des Mondes an einem ekliptiknahen Stern heißt siderischer Monat. Er dauert 27 d 7 h 43 m 11,6 s. Unser Kalender richtet sich jedoch nach dem synodischen Monat, der zwei Tage und fünf Stunden länger ist als ein siderischer. Ein synodischer Monat, 29 d 12 h 44 m 2,9 s, ist die Zeitspanne zwischen zwei aufeinanderfolgenden gleichen Mondphasen, also von Neumond zu Neumond oder von Vollmond zu Vollmond. Wenn der Mond einmal die Erde umrundet hat, von uns aus betrachtet wieder beim gleichen Stern steht wie vor einem siderischen Monat, dann ist die Sonne um rund  $27^\circ$  in der Ekliptik nach Osten weitergewandert. Um dieses Stück muss der Mond noch weiterlaufen, um wieder in Neumond- (oder Vollmond-) stellung zu kommen. Da er im Mittel pro Tag knapp  $13^\circ$  unter den Sternen nach Osten vorrückt, dauert ein synodischer Monat mehr als zwei Tage länger als ein siderischer (siehe Abb. Neumondposition). Zwischen zwei Durchgängen des Mondes durch den Frühlingspunkt vergeht ein tropischer Monat. Er ist knapp sieben Sekunden kürzer als ein siderischer, da der Frühlingspunkt infolge der Präzession dem Mond in einem Monat um vier Bogensekunden entgegenkommt.

Die Mondknoten (Drachenpunkte) bewegen sich ebenfalls rückläufig durch den Tierkreis, und zwar pro Jahr  $19 \frac{1}{3}^\circ$ . Die Zeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Passagen des Mondes durch den aufsteigenden Knoten wird drakonischer Monat genannt und dauert 27 d 5 h 5 m 35,9 s. Ein drakonitischer Monat ist somit gut  $2 \frac{1}{2}$  Stunden kürzer als ein tropischer. Der drakonitische Monat ist der kürzeste, der synodische der längste Monat. Der volle Knotenrücklauf durch die Ekliptik dauert 18,6 Jahre. Nach diese Zeit fällt der aufsteigende Knoten wieder mit dem Frühlingspunkt zusammen, was extreme Monddeklinationen bedingt ( $+28,6^\circ$  und  $-28,6^\circ$ ), da sich die Schiefe der Ekliptik zur Mondbahnneigung addiert. Nach 9,3 Jahren liegt dann der absteigende Knoten im Frühlingspunkt, die Mondbahnneigung ist von der Schiefe der Ekliptik zu subtrahieren, die Monddeklinationen schwanken bei einem (siderischen) Umlauf zwischen  $+18,2^\circ$  und  $-18,2^\circ$ .

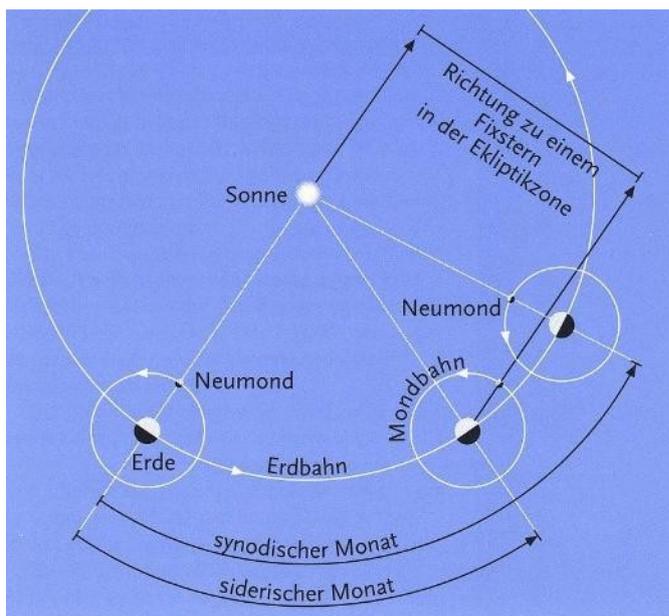


Bild 7: Mondpositionen

Auch die Apsiden (Perigäum und Apogäum also Erdnähe und Erdferne) bewegen sich in der Ekliptik. Eine volle Rotation der Apsidenlinie (Verbindungsline Perigäum - Apogäum) dauert etwa 8 Jahre und 10 Monate. Zwischen zwei aufeinanderfolgenden Perigäums-Passagen des Mondes vergehen 27 d 13 h 18 m 33,1 s. Dieser Zeitraum wird *anomalistischer Monat* genannt. Ein siderischer Monat ist um zwei Tage und fünf Stunden kürzer als ein synodischer, da der Mond ein längeres Wegstück zurücklegen muss, um wieder von der Erde aus in Richtung Sonne zu stehen (Neumondposition).

## Libration des Mondes

Der Mond befindet sich in einer gebundenen Rotation mit der Erde, das heißt, er dreht sich während eines Umlaufs um die Erde auch einmal um seine Achse. Deshalb wendet er uns im Prinzip immer dieselbe Seite zu. Durch verschiedene Effekte können wir jedoch trotzdem im Laufe eines Monats von der Erde aus 59 Prozent der Mondoberfläche sehen, siehe hierzu folgender Animationslink [http://antwarp.gsfc.nasa.gov/apod/image/9911/lunation\\_ajc.gif](http://antwarp.gsfc.nasa.gov/apod/image/9911/lunation_ajc.gif) im Internet.

## Die Rochesche Grenze

Die Planeten fesseln durch ihre Schwerkraft nicht nur ihre Trabanten an sich, sie üben auf diese auch Gezeitenkräfte aus. Die Gezeitenkräfte, mit denen ein Planet auf seinen Mond einwirkt, sind umso größer, je geringer der Abstand beider Körper ist und je größer Masse und Radius des Planeten und des Mondes sind. Je näher ein Mond seinen Planeten umkreist, desto stärker wirken die differentiellen Gravitationskräfte: Ein Punkt auf der dem Planeten zugekehrten Oberfläche wird stärker angezogen als einer auf der gegenüberliegenden Seite. Ab einer bestimmten unteren Entfernungsgrenze überwiegen die differentiellen Gravitationskräfte des Planeten die Eigengravitation des Mondes, die ihn dann nicht mehr zusammenhalten kann! Edouard ROCHE (1820-1883) hat bereits 1848 die Distanz kalkuliert, bei der ein Satellit durch die Gezeitenkräfte seines Zentralgestirns zerrissen wird. Man spricht daher von der Rocheschen Grenze. Sie gibt an, innerhalb welcher Zone um ein Gestirn ein großer Trabant nicht mehr als stabiles Gebilde kreisen kann. Innerhalb der Rocheschen Grenze kann sich kein Mond durch Akkretion bilden. So können sich die Saturnringteilchen nicht zu einem kompakten Mond formen, die Gezeitenkräfte des Saturns verhindern dies.

Der Abstand  $a$  eines Mondes, innerhalb dessen er nicht mehr stabil sein kann, hängt von der Größe und Masse sowohl des Planeten als auch des Mondes ab. Größe bzw. Radius und Masse bestimmen die Dichte einer Kugel. Somit gehen die Dichten beider Körper ein. Sind die Dichten von Planet und Mond gleich groß, so ergibt sich die Rochesche Grenze zu:

$$a = 2,456 \cdot R_p$$

Dabei ist  $R_p$  der Planetenradius.

Hat ein Planet 10 000 km Radius, so liegt seine Rochesche Grenze bei 24 560 km. Innerhalb dieses Bereiches kann sich kein Mond bilden. Dringt ein Körper von außerhalb in diesen ein, wird er durch die Gezeitenkräfte zerstört.

Ist die Dichte von Mond und Planet nicht gleich groß, ist noch mit Faktor dritte Wurzel aus Verhältnis der Planetendichte zu Mondendichte zu multiplizieren:

$$a = 2,456 \cdot R_p \cdot \sqrt[3]{\frac{\rho_P}{\rho_M}}$$

$\rho_P$  = Dichte Planet,  $\rho_M$  = Dichte Mond

# Das System Erde - Mond

Unser Mond besitzt eine geringere Dichte als die Erde wobei der Rochesche Grenzabstand das 2,9 fache des Erdradius beträgt. Käme der Mond auf etwa 18 000 km nah an die Erde heran, würde er zerrissen und die Trümmer würden sich in Form eines Ringes um die Erde verteilen.

Die Rochesche Grenze gilt für Körper, die durch ihre eigene Gravitation zusammengehalten werden. Dies gilt für alle größeren Satelliten. Molekulare Bindungskräfte sind nicht berücksichtigt. Ein kleiner Felsbrocken oder ein Raumschiff wird nicht durch seine Schwerkraft, sondern durch molekulare Bindungskräfte zusammengehalten. Deshalb kann das Raumschiff gefahrlos mit seinen Astronauten in die Umlaufbahn treten.

## Gezeiten

Die Schwerkraftwirkung des Mondes auf die Erde ist hauptsächlich verantwortlich für Ebbe und Flut – den Gezeiten oder Tiden genannt. Dabei erzeugt der Mond zwei Flutberge, einen auf der mondzugewandten Erdhälfte und einen der mondabgewandten Erdhälfte. Die Abbildung verdeutlicht die Verhältnisse.

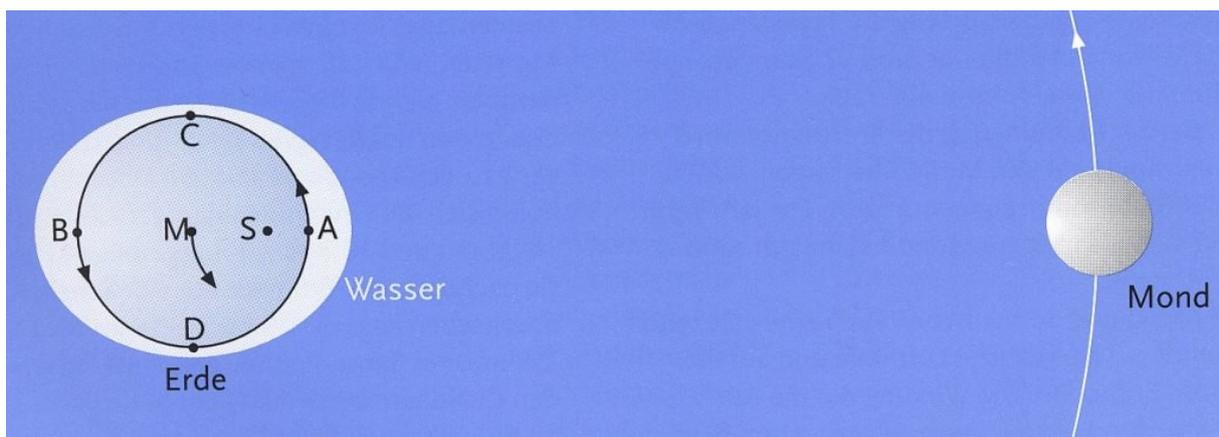


Bild 8: Entstehung von Ebbe und Flut

Erde und Mond laufen um einen gemeinsamen Schwerpunkt S. Dieser fällt nicht mit dem Erdmittelpunkt M zusammen. Verhältnis der Strecke Erdmittelpunkt – Mond ist 1:81. S liegt ca. 1700 Kilometer unter der Erdoberfläche. Die **Gezeitenbeschleunigung**  $b$  ist von der dritten Potenz der *Mondentfernung*  $r$  abhängig.

$$b = 2 \cdot G \cdot R \cdot \frac{m}{r^3}$$

$G$  = Gravitationskonstante,  $R$  = Erdradius,  $m$  = Mondmasse

In Punkt A (zum Mond gekehrte Seite) ist die Anziehungskraft größer als in M. In Punkt B (vom Mond abgekehrte Seite) ist die Anziehungskraft geringer als in M, da B am weitesten vom Mond entfernt ist. Durch die *Massenträgheit* bleibt dort das Wasser gewisser Weise zurück und bildet einen zweiten Flutberg.

# Das System Erde - Mond

Zwei Kräfte wirken auf die Wassermassen: *Mondanziehung* und *Fliehkraft*, verursacht durch Umlaufbewegung um den gemeinsamen Schwerpunkt. Die Resultierende der beiden Kräfte erzeugt in Punkt B einen vom Mond weg gerichteten Flutberg. Der Mond hebt die Wassermassen nicht an, sondern bewegt sie tangential zur Erdoberfläche – Er zieht das Wasser von Punkt C und D weg zu A hin. In B bleibt es auf Grund geringerer Mondanziehung zurück.

Die Erdrotation bewirkt das Weiterwandern der beiden Flutberge in 24 Stunden um die Erde. Weil der Mond in dieselbe Richtung wandert wie die Erdrotation erfolgt und dabei die Flutberge mitzieht, ist der Rhythmus etwas länger als ein Tag. Im Mittel beträgt das  $24^{\text{h}}50^{\text{m}}28^{\text{s}}$ . Da zwei Flutberge die Erde umrunden, steigt alle  $12^{\text{h}}25^{\text{m}}$  (= eine Tide) der Wasserstand.

Die Flutberge werden durch die Kontinente abgelenkt und gebremst, somit ergeben sich Gezeitenströmungen. Zur Bestimmung von Ebbe und Flut für einen bestimmten Küstenort sind einige hundert Faktoren maßgebend. Es kommt auch zu Verspätungen, da der Flutberg nicht mit der sog. *Mondkulmination* eintrifft, sondern verspätet! Diese Zeitdifferenz zwischen Mondkulmination und Hochwasser nennt man *Hafenzeit*, welche lokal verschieden ist. Auf dem Ozean beträgt der Tidenhub im Mittel nur 35 cm. Nicht nur die Mondphase, sondern auch die Sonne hat ihren Anteil an den Gezeiten und zwar etwas mehr als 40% der Mondeinwirkung. Die Gezeitenbeschleunigungen von Mond und Sonne addieren sich in Neu- oder Vollmondphasen zu *Springfluten*. Bei Halbmondstellungen heben sich die Gezeitenwirkungen von Mond und Sonne teilweise auf und es entsteht eine *Nippflut*.

Die Flutberge wirken auf die rotierende Erde wie Bremsbacken und verlangsamen die Umdrehungsgeschwindigkeit der Erde, wobei die Tageslänge in 100 000 Jahren um 1,6 Sekunden zunimmt! Vor 400 Mio. Jahren war ein Tag 22 Stunden lang und ein Jahr hatte 400 Tage.

Durch die Abbremsung wird Drehimpuls auf den Mond übertragen und führt zu einer Entfernungszunahme von jährlich rund 40 mm. Der Gezeiteneinfluss von Mond und Sonne wirkt auch auf die Lufthülle und den Erdboden. Die Atmosphärenwirkung ist allerdings vernachlässigbar klein mit einer Luftdruckschwankung von 0,1 hPa (Hektopascal = Millibar). Es entsteht also kein Einfluss auf das Wettergeschehen.

Animationslink zu Gezeitenkräften:

<http://www.geophysik.uni-frankfurt.de/~schmelin/gezeiten/sld001.htm>